УДК 680.3

ПРИМЕНЕНИЕ СЕМАНТИКО-ЧИСЛОВОЙ СПЕЦИФИКАЦИИ ФОРМУЛ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ ДЛЯ РАЗРАБОТКИ ЦИФРОВЫХ СХЕМ НА ЛОГИЧЕСКОМ УРОВНЕ

Г. А. ПОЛЯКОВ
В. В. ЛЫСЫХ

Белгородский государственный национальный исследовательский университет

e-mail:
tda_ua@pochtamt.ru
lysykh@bsu.edu.ru

В статье представлен подход решения задачи формализации разработки цифровых схем на логическом уровне с использованием семантико-числовой спецификации формул алгебры логики (ФАЛ).

Ключевые слова: Структуры Семантико – Числовой Спецификации (СЧС), формулы алгебры логики, СДНФ, цифровые схемы.

Введение.

Под алгеброй принято понимать множество элементов произвольной природы, на котором определены некоторые конечноместные операции. Произвольная алгебра считается определенной, если определены следующие понятия: множество объектов («порождающее множество»), множество операций («сигнатура»), понятие функции и понятие формулы [2]. Алгебра логики («булева» алгебра) имеет в качестве «объектов» переменные $x_i\left(i \in N = 1, 2, \ldots, n\right)$, которые могут принимать два значения $x_i = 0,1$; сигнатура алгебры логики содержит три операции: конъюнкцию $"\&", x_i \& x_j$ (принимает значение «1» только при $x_i = x_j = 1$, дизъюнкцию $x_i \mid x_j$ (принимает значение «0» только при $x_i = x_j = 0$) и отрицание/инверсию $!x_i$ (для $x_i = 1, !x_i = 0$, для $x_i = 0, !x_i = 1$) [1].

Функция F(X) алгебры логики – это зависимость переменной F, принимающей значения 0,1, от некоторого множества двоичных аргументов $X = \left(x1, x2, \ldots, xn\right)$. Формулы алгебры логики (ФАЛ) – это конструкции, представляющие собой связанные символами операций «&», «|», «!» совокупности «конъюнктивных термов» ct_ρ – конъюнкций переменных и/или «дизъюнктивных термов» dt_ρ - дизъюнкций переменных, принимающих также только значения 0,1.

Необходимость использования семантико – числовой спецификации ФАЛ для формализации разработки цифровых схем на логическом уровне требует расширения современных средств аппарата Семантико–Числовой Спецификации (СЧС) [3].

Постановка задачи.

Определим «конъюнктивный терм» ct_ρ как конъюнкцию некоторых переменных из набора $\mathrm{X} = \left(\mathrm{x1}, \mathrm{x2}, \ldots, \mathrm{xn}\right)$, имеющую следующий вид:

$$\mathrm{ct}_\rho = \underset{\mathrm{i} \in \mathrm{N}_\rho}{\&} \left(\mathrm{x}_\mathrm{i}^{\sigma_\mathrm{i}}\right),$$

где ρ – номер текущего терма: $N_\rho \subseteq N$ – подмножество номеров i переменных x_i, $x_i^{\sigma_i} \in X_\rho$, входящих в состав ρ-го терма, $n_\rho = |N_\rho|, n = |N|$ Конъюнктивный терм» ct_ρ, состоящий из одной переменной, является «простым термом», для которого $N_\rho = 1$.

Конституентой единицы функции $F(X) = F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ от «n» переменных является конъюнктивный терм следующего вида:

$$kt = \mathop{\&}_{i=1}^{n} (x_i^{\sigma_i}).$$

Определим «ранг» r_ρ конъюнктивного терма ct_ρ следующим соотношением:

$$r_\rho = \sum_{i \in N_\rho} 2^i.$$

Будем понимать под «весом» конъюнктивного терма ct_ρ число w_ρ, определяемое соотношением:

$$w_\rho = \sum_{i \in N_\rho} \sigma_i * 2^i,$$

где значения $\sigma_i = 0,1$ определяются «вхождением» переменной $x_i^{\sigma_i}$ в конкретный терм: $\sigma_i = 1,0;\ x_i^1 = x_i, x_i^0 = !x_i$. Двоичное представление «веса» w_ρ терма ct_ρ задает характер вхождения переменных $x_i^{\sigma_i} \in X_\rho$ (в прямом виде или в инверсном виде) в конъюнктивный терм ct_ρ.

Совершенная Дизъюнктивная Нормальная Форма (СДНФ) $F_{СДНФ}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функции алгебры логики от «n» аргументов $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – это множество соединенных символами «|» операции дизъюнкции конституент единицы $\mathop{\&}_{i=1}^{n} (x_i^{\sigma_i})$, для которых имеются наборы значений переменных, порождающие равное «1» значение функции

$$F_{СДНФ}(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (\mathop{\&}_{i=1}^{n} (x_i^{\sigma_i}))_\rho,$$

где $NT_{СДФ}$ – множество номеров ρ конституент единицы, входящих в $F_{СДНФ}(X)$.

Дизъюнктивная Нормальная Форма (ДНФ) $F_{ДНФ}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ представляет собой множество конъюнктивных термов ct_ρ, соединенных символами «|» операции дизъюнкции

$$F_{СДНФ}(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (ct_\rho),$$

где $NT_{ДФ}$ – множество номеров ρ конъюнктивных термов $ct_\rho \in F_{ДНФ}(X)$ (различающихся в общем случае составом переменных $x_i^{\sigma_i} \in X_\rho$, различным «вхождением» переменных (в прямом/инверсном виде) и «различной длиной» $n_\rho = |N_\rho|$) и соответствующие термам наборы значений переменных, на которых функция $F_{ДНФ}(X)$ принимает значение «1».

Аналогичные понятия определяются также для «симметричных» рассмотренным формам (СДНФ, ДНФ) совершенной конъюнктивной и конъюнктивной нормальных форм (СКНФ, КНФ).

Семантико-числовая спецификация СДНФ и ДНФ при синтезе схем функциональных модулей на логическом уровне должна поддерживать возможность задания следующих текстовых конструкций:

а) множества $X=(x_1,x_2,\ldots,\ x_n)$ имен x_i двоичных переменных – аргументов кодово – матричных функций (КМФ) Алгебры Кодовых Матриц и Функций Алгебры Логики (ФАЛ);

б) множества SEM, задающего для имен $x_i \in X=(x_1,x_2,\ldots,\ x_n)$ переменных единицы измерения sm_i («семантику») физических величин;

в) множества N номеров j «имен» переменных x_i, «имен» конституент kt_ρ и «имен» конъюнктивных термов ct_ρ КМФ/ФАЛ («имена» нумеруются далее в интересах формализации синтеза в сквозном порядке переменной j);

г) подмножеств $N_\rho \subseteq N$ номеров j имен x_i переменных $x_i^{\sigma_i} \in X_\rho$, входящих в состав каждого конкретного терма ct_ρ КМФ/ФАЛ;

д) множества $NT_{ДФ}$ номеров ρ конъюнктивных термов $ct_\rho \in F_{ДНФ}(X)$ и множества $W=\{w_\rho\}, \rho \in NT_{ДФ}$, значений «весов» w_ρ термов ct_ρ, задающих характер вхождения переменных $x_i^{\sigma_i} \in X_\rho$ (в прямом виде или в инверсном виде) в различные конъюнктивные термы ct_ρ;

е) средств объединения (сборки) числовых и текстовых спецификаций переменных $x_i^{\sigma_i}$ и термов ct_ρ в текстовые спецификации выходных КМФ/ФАЛ схемы ф – модуля на логическом уровне ее детализации.

Для семантико-числового представления перечисленных категорий данных введем в состав структур аппарата СЧС [4,5] модифицированные структуры BFL и CFL логического уровня (L), интерпретирующие и расширяющие состав структур СЧС применительно к задаче спецификации и синтеза схем ф-модулей на логическом уровне детализации.

Модифицированная базовая структура BFL СЧС состава переменных $x_i^{\sigma_i}$ и термов ФАЛ имеет следующий состав и семантику полей (табл. 1):

Таблица 1

Структура BFL

Имена полей	Функциональное назначение полей
N	Массив N номеров j переменных и номеров конституент/термов (которые считаются «операторами» и нумеруются подряд от $j=0,1,\ldots,\ n,\ n+1,\ldots$).
RES	Массив RES задает множество $X=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ имен x_i переменных, от которого зависят СДНФ/ДНФ специфицируемой ФАЛ, имен термов ct_ρ и имен выходных функций.
SEM	Массив SEM задает для каждой переменной x_i и каждого терма ct_ρ специфицируемой КМФ/ФАЛ единицы измерения sm_i / sm_ρ физических величин.
NSJ	Массив NSJ указателей $nsj(i),\ nsj(\rho$) на номер k – й строки структуры CFL, с которой начи-

	нается цепочка номеров j переменных с именами $x_i^{\sigma_i} \in X_\rho$; входящих в состав каждого конкретного терма с именем ct_ρ рассматриваемой КМФ/ФАЛ
SJD	Массив SJD количества $kv_\rho = \lvert R_\rho \rvert$ имен переменных $x_i^{\sigma_i} \in X_\rho$ входящих в состав произвольного терма с именем ct_ρ.

Модифицированная структура CFL СЧС «вида вхождения» переменных в термы КМФ/ФАЛ имеет следующий состав и семантику полей (табл. 2):

Таблица 2

Структура CFL

Имена полей	Функциональное назначение полей
K	Массив K номеров k строк структуры CFL.
JSD	Массив JSD цепочек указателей $jsd(k)$, начинающихся с указателя $jsd(k) = nsj(i)$ или $nsj(\rho)$ (поле NSJ структуры $BF_{МД}$) на начало цепочки номеров j имен $x_i^{\sigma_i} \in X_\rho$ переменных текущего терма с именем ct_ρ и заканчивающихся $k-й$ строкой массива JSD, имеющей $jsd(k) = -1$ (при этом каждый указатель $jsd(k)-1$ указывает на некоторый элемент массива SPJD, задающий номер очередной переменной $x_i^{\sigma_i}$, входящей в текущий терм с именем ct_ρ).
SPJD	Массив SPJD цепочек номеров j имен $x_i^{\sigma_i}$ переменных, входящих в текущую конституенту kt_ρ /терм с именем ct_ρ (указателями на имена переменных $x_i^{\sigma_i}$ множества X_ρ являются соответствующие указатели $jsd(k)$ поля JSD структуры CFL).
RNG	Элементы массива RNG задают значения рангов переменных, входящих в конкретные конституенты единицы СДНФ и/или в конкретные термы ДНФ КМФ/ФАЛ, определяя тем самым конкретный состав имен переменных текстовых спецификаций конституент/термов.
WGT	Значения элементов массива WGT задают для каждой переменной с именем $x_i^{\sigma_i} \in X_\rho$ текущей конституенты/терма с именем kt_ρ / ct_ρ характер вхождения (в прямом виде – при $\sigma_i = 1$ или в инверсном виде – при $\sigma_i = 0$), определяя тем самым обобщенную характеристику конституенты/терма – «вес» w_ρ конституенты/терма (указателями на элементы σ_i массива WGT являются соответствующие указатели $jsd(k)$ поля JSD структуры CFL).

Проиллюстрируем на конкретном примере введенные выше понятия и возможности использования модифицированных структур СЧС BFL и CFL для семантико-числовой спецификации ФАЛ.

Пример.

Семантико-числовая спецификация системы ФАЛ одноразрядного полного сумматора ADD1.

Одноразрядный полный сумматор ADD1 выполняет операцию сложения двух одноразрядных чисел a и b с учетом разряда ci переноса из предшествующего младшего разряда суммы чисел и возможного переноса co в следующий старший разряд получаемой суммы.

Внешние интерфейсы сумматора ADD1 показывает рис. 1.

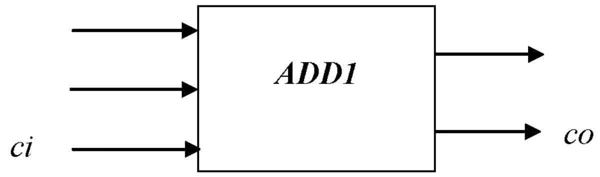

Рис. 1. Входной и выходной интерфейсы одноразрядного сумматора ADD1

Систем y(s, co) ФАЛ, реализуемую сумматором ADD1 (СДНФ функции s суммы и ДНФ функции co переноса), представляют следующие соотношения [ ]

$$s = (!a \& !b \& ci) \,|\, (!a \& b \& !ci) \,|\, (a \& !b \& !ci) \,|\, (a \& b \& ci) = kt_3,\ kt_4, kt_5,\ kt_6;$$

$$co = (a \& b) \,|\, (a \& c) \,|\, (b \& c) = kt_7\ kt_8\ kt_9.$$

Для СДНФ функции s суммы имеем: множество X имен и номеров j «равновесных» (веса 20) входных переменных $X = \{a, b, c\}$, $N_{arg} = \{0,1,2\}$, $k_{arg}|X| = 3$; множество номеров j конституент $NT_{kt} = (3,4,5,6)$, множество имен конституент единицы $KT = \{kt_3, kt_4,\ kt_5,\ kt_6\}$, количество конституент $k_{kt} = 4$; для всех конституент функции s суммы общий ранг $r = 2^3 - 1 = 7$. Для ДНФ функции co переноса имеем: множество X имен и номеров j «равновесных» (веса 20) входных переменных $X = \{a, b, c\}$, $N_{arg} = \{0,1,2\}$, $k_{arg} = |X| = 3$; множество номеров j термов $NT_{ct} = (7,8,9)$, множество имен термов $CT = \{kt_7, kt_8,\ kt_9\}$, количество термов $k_{ct} = 3$.

Покажем, что семантико – числовую спецификацию ФАЛ выходной функции s одноразрядного сумматора ADD1 можно представить следующими модифицированными структурами BFL и CFL СЧС (таблица 3 и таблица 4).

Таблица 3

Структура BFL состава переменных/конституент СДНФ функций s, co

	RES	SEM	NSJ	SJD
0	a	sm_0	1	0
1	b	sm_1	1	0
2	ci	sm_2	1	0
3	kt_3	sm_3	0	3
4	kt_{43}	sm_4	3	3
5	kt_5	sm_5	6	3
6	kt_6	sm_6	19	3
7	kt_7	sm_7	12	2
8	kt_8	sm_8	14	2
9	kt_9	sm_9	16	2
10	s	sm_{10}	18	4
11	co	sm_{11}	22	3

Таблица 4

Структура CFL связей конституент СДНФ функций s,co

K	JSD	SPJD	RNG	WGT
0	1	0	1	0
1	2	1	1	0
2	-1	2	1	1
3	4	0	1	0
4	5	1	1	1
5	-1	2	1	0
6	7	0	1	1
7	8	1	1	0
8	-1	2	1	0
9	10	0	1	1
10	11	1	1	1
11	-1	2	1	1
12	13	0	1	1
13	-1	1	1	1
14	15	0	1	1
15	-1	2	1	1
16	17	1	1	1
17	-1	2	1	1
18	19	3	3	4
19	20	4	3	2
20	21	5	3	1
21	-1	6	3	7
22	23	7	3	3
23	24	8	5	5
24	-1	9	6	6

В таблице 3 элементы массива RES структуры BFL задают имена переменных входного интерфейса сумматора ADD1 a, b, ci – аргументов выходных ФАЛ s и co, имена конституент kt_3, kt_4, kt_5, kt_6, kt_7, kt_8, kt_9 и имена выходных функций s, co. Элементы массива $NSJ = \{nsj_j\}$ задают для каждой конституенты kt_j номер $k = nsj(j)$ строки структуры CFL (таблица 4), с которой в массиве SPJD начинается цепочка номеров элементов (входных переменных a, b, ci – для термов $kt_3, kt_4, kt_5, kt_6, kt_7, kt_8, kt_9$; номеров термов ct3, ct4, ct5, ct6 – для функции s и ct7, ct8, ct9 – для функции co). Значение указателя $nsj_j = -1$ соответствует случаю, когда элемент с номером j является входной переменной, для которой |Xj|=1. «По умолчанию» принималось, что в рамках примера семантика элементов массива SEM не обсуждается, так как определяется конкретными прикладными областями и задачами.

Элементы массивов RNG WGT k –й строки $(k = 0,1,2)$ структуры CFL СЧС задают числовую спецификацию ранга и веса конкретных переменных (a, b, ci), ранга и веса конкретных конъюнктивных термов $(kt_3,\ldots, kt_9)$ и ФАЛ выходных функций s,co. Например, для терма kt_3: указатель $nsj(N=3)=0$) показывает, что цепочка номеров его «сопряженных» – переменных задачи в структуре CFL начинается со строки с номером $k = nsj(N=3)=0$, продолжается строкой структуры CFL с номером $k = JSD[0]=1$ и заканчивается строкой с номером $k = JSD[1]=2$, имеющей $JSD[2]=-1$.

Элементами массива SPJD рассматриваемых строк являются $SPJD[k=0]=0$, $SPJD[1]=1$, $SPJD[2]=2$. Это означает, что в состав конъюнктивного терма kt_3 входят все переменные входного интерфейса: $RES[N=0]=a, RES[N=1]=b, RES[N=]=ci$. Числовой спецификацией этого факта являются значения элементов массива RNG «рангов» структуры CFL: $RNG[k=0]=1$, $RNG=[k=1]=1$, $RNG[k=2]=1$ (ra= 20=1, rb= 20=1, rci= 20=1), характер «вхождения» каждой переменной в терм $kt_3=!a\&!b\&ci$ специфицируется значениями элементов массива «весов» WGT структуры CFL:

$$WGT[k=0]=0,\ WGT=[k=1]=0,\ WGT[k=2]=1$$

$$w_a=\sigma_a 2^0=0x2^0=0 \leftrightarrow !a\,;\, w_b=\sigma_b 2^0=0x2^0=0 \leftrightarrow !b\,;$$

$$w_{ci}=\sigma_{ci}2^0=1x2^0=1 \leftrightarrow !ci\,.$$

Приведенная для компонентов таблиц 3, 4 выходной функции s трактовка семантико – числовой спецификации сохраняется и для выходной функции co. Например, для терма kt_7: указатель $nsj(N=7)=12)$ показывает, что цепочка номеров его «сопряженных» -переменных задачи в структуре CFL начинается со строки с номером $k=nsj(N=7)=12$ и заканчивается строкой с номером $k=JSD[12]=13$, имеющей $JSD[13]=-1$. Элементами массива SPJD рассматриваемых строк являются $SPJD[k=12]=0$, $SPJD[13]=1$. Это означает, что в состав конъюнктивного терма kt_7 входят только переменные a,b входного интерфейса: $RES[N=0]=a$, $RES[N=1]=b$. Числовой спецификацией этого факта являются значения элементов массива RNG «рангов» структуры CFL: $RNG[k=12]=1$, $RNG=[k=13]=1$,(ra=20=1,rb=20=1), характер «вхождения» каждой переменной (a,b) в терм $kt_7=a\&b$ специфицируется значениями элементов массива «весов» WGT структуры $CFL:WGT[k=12]=1$, $WGT=[k=13]=1$ $w_a=\sigma_a 2^0=1x2^0=1 \leftrightarrow !a$, $w_b=\sigma_b 2^0=1x2^0=1 \leftrightarrow !b$.

Отметим, что принятое соответствие между номерами j конституент/ термов, составом переменных различных конституент/термов и их именами в функции s суммы имеет следующий вид: состав конституент $ct_p:(!a\&!b\&ci), (!a\&b\&!ci), (a\&!b\&!ci), (a\&b\&ci)$; имена термов – ct3, ct4, ct5, ct6; номера j термов – j=3,j=4,j=5,j=6.

Принятое соответствие между номерами j термов, составом переменных различных термов и их именами в функции co переноса имеет следующий вид: состав термов – (a&b), (a&ci), (b&ci); имена термов – ct7, c8, ct9 ;номера j термов – j =7, j =8, j =9

Выводы.

1. Необходимым условием корректности семантико – числовой спецификации формул Алгебры Логики (булевой алгебры) и, в более общем случае, Алгебры Кодовых Матриц является «расширение» состава полей структур СЧС BF, CF до состава полей структур BFL, CFL логического уровня детализации спецификации;

2. Расширенные структуры СЧС логического уровня детализации обеспечивают возможность семантико – числовой спецификации всех категорий информации, содержащейся в текстовой спецификации Формул Алгебры Логики и, в более общем случае,

АКМ, и могут рассматриваться, наряду с текстовой спецификацией, как эквивалентная семантико – числовая форма представления ФАЛ и КМФ.

Литература

1. Поляков Г. А. Основы построения и автоматического проектирования самоорганизующихся систем параллельной цифровой обработки информации и повышение эффективности комплексов радиолокационного вооружения ПВО / Г. А. Поляков ; [под общ. ред. проф. В. К. Стрельникова]. – Х. : ВИРТА ПВО, 1986. – 572 с.

2. Поляков Г. А. Адаптивные самоорганизующиеся системы с мультипараллельной обработкой данных – стратегия развития цифровой вычислительной техники в XXI-м веке / Г. А. Поляков // Прикладная радиоэлектроника. – Х. : АН ПРЭ, 2002. – № 1. – С. 57–69.

3. Поляков Г.А. Синтез и анализ параллельных процессов в адаптивных времяпараметризованных вычислительных системах / Г.А. Поляков, С.И. Шматков, Е.Г. Толстолужская, Д.А. Толстолужский: монография. – Х. : ХНУ имени В.Н. Каразина, 2012. –С. 434 – 575.

4. Поляков Г. А., Лысых В.В. Метод функционального СЧС-синтеза проблемно- ориентированных параллельно-конвейерных цифровых устройств// Научные ведомости БелГУ. Серия: История. Политология. Экономика. Информатика. – 2013. – № 15(158). – Вып. 27/1 – С. 139-145.

5. Поляков Г.А., Лысых В.В. Формальный метод функционального СЧС-синтеза проблемно-ориентированных паралельно-конвейерных аппаратных средств //Сборник научных трудов VI международной научной конференции Функциональная база наноэлектроники – Харьков, 2013 г., С. 370-373.

APPLICATION OF SSN SPECIFICATIONS OF BOOLEAN FORMULAS FOR LOGIC DEVELOPMENT OF DIGITAL CIRCUITS AT THE LOGICAL LEVEL

G. A. POLYAKOV
V. V. LYSYKH

Belgorod National Research University

e-mail:
tda_ua@pochtamt.ru
lysykh@bsu.edu.ru

The paper presents an approach for solving the problem of formalizing the development of digital circuits at the logical level, using semantic-numerical specification of Boolean formulas (BF).

Key words: Semantic Structures – Number Specifications (SNS, Boolean formulas (BF) PDNF, digital circuit.