

УДК 621.397

А.А. Черноморец, Е.В. Болгова

chernomorets@bsu.edu.ru

Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Россия, г. Белгород

## ОБ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ОЦЕНКЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДИСКРЕТНОГО КОСИНУСНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

Одним из направлений развития информационно-телекоммуникационных систем (ИТС) является совершенствование методов минимизации затрат на хранение и передачу информации, в первую очередь, мультимедийной, поскольку значительный объем передаваемой в ИТС информации связан с обработкой речевых сигналов и изображений. Для уменьшения объема битовых представлений речевых сигналов и изображений применяют различные преобразования, такие как преобразования Адамара, Хаара, Фурье, Карунена-Лозва, вейвлет-преобразование, среди которых одним из наиболее распространенных является дискретное косинусное преобразование (ДКП) [1].

ДКП является ортогональным преобразованием, разновидностью дискретного преобразования Фурье, дискретным вариантом непрерывного косинусного преобразования. ДКП применяется, в основном, в алгоритмах сжатия информации с потерями (алгоритм JPEG жатия изображений) [2], а также в алгоритмах стеганографического скрывания данных в коэффициентах данного преобразования [3]. Модифицированный алгоритм ДКП (преобразование с перекрытием) применяется в форматах MP3, AAC-3, AAC для жатия аудио сигналов [1].

ДКП позволяет переходить от пространственного и временного представления сигналов к их спектральному представлению и обратно. В матрице (векторе) коэффициентов ДКП коэффициенты, соответствующие низкочастотным компонентам сигнала, определяют значения элементов ближе к левому верхнему углу матрицы, и коэффициенты, соответствующие высокочастотным компонентам, – ближе к правому нижнему углу. Поскольку человек менее восприимчив к изменениям высокочастотных компонент звуков и изображений [4], то, следовательно, ДКП позволяет определить множество частотных интервалов области нормированных частот, в которых данные можно удалить без существенной потери информации, содержащейся в сигналах. В данной работе исследуется преобразование, примененное к вектору или матрице произвольной размерности.

Для создания эффективных методов жатия сигналов на основе ДКП представляет интерес получение интегральной оценки суммы квадратов коэффициентов одномерного и двумерного ДКП, соответствующих заданным частотным интервалам.

На основании применения интегральных оценок представляется возможным снизить вычислительную сложность алгоритмов вычисления коэффициентов ДКП. Также, в отдельных случаях, для определения эффективности косинусных преобразований необходимо знать точные значения (оценки) коэффициентов ДКП в отдельных частотных интервалах.

Рассмотрим первоначально случай одномерного сигнала.

### Интегральная оценка одномерного дискретного косинусного преобразования

Коэффициенты  $y_n$ ,  $n = 0, 1, \dots, N-1$ , одномерного дискретного косинусного преобразования сигнала, задаваемого вектором  $\vec{f} = (f_1 \ f_2 \ \dots \ f_N)^T$ , обычно определяется выражением

$$y_n = \alpha_n \sum_{i=1}^N f_i \cos\left(\frac{\pi n}{N} \left(i - \frac{1}{2}\right)\right), \quad n = 0, 1, \dots, N-1,$$

$$\alpha_n = \begin{cases} 1/\sqrt{N}, & n = 0, \\ \sqrt{2/N}, & n = 1, 2, \dots, N-1. \end{cases}$$

Интегральную оценку  $S_U$  суммы квадратов коэффициентов дискретного косинусного преобразования в частотной области  $U$ ,

$$U = \{u_1 \leq u < u_2\}, \\ 0 \leq u_1 < u_2 < \pi,$$

принадлежащей области нормированных частот  $D_\pi^1$ ,

$$U \subset D_\pi^1, \quad D_\pi^1 = \{u \mid 0 \leq u < \pi\}, \quad (1)$$

найдем в следующем виде

$$S_U = \int_{u \in U} F^2(u) du, \quad (2)$$

где  $F(u)$  – косинусное преобразование, определенное в области нормированных частот  $D_\pi^1$ ,

$$F(u) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{i=1}^N f_i \cos\left(u\left(i - \frac{1}{2}\right)\right). \quad (3)$$

Выражение (2) с учетом представления (3) будет иметь вид

$$S_U = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N f_i f_k \left( \frac{2}{\pi} \int_{u \in U} \cos\left(u\left(i - \frac{1}{2}\right)\right) \cos\left(u\left(k - \frac{1}{2}\right)\right) du \right). \quad (4)$$

Можно показать, что значение интеграла (4) при  $i - k \neq 0$ ,

$$i + k - 1 \neq 0,$$

$$\text{определяется следующим выражением, } \frac{\sin(u_2(i-k)) - \sin(u_1(i-k))}{\pi(i-k)} + \frac{\sin(u_2(i+k-1)) - \sin(u_1(i+k-1))}{\pi(i+k-1)}.$$

Очевидно, в случае, когда частотная область  $D_x^1(1)$  представлена в виде объединения  $R$  равно- великих частотных интервалов  $U_r, r=1,2,\dots,R,$

$$U_r = \{u \mid u_1^r \leq u < u_2^r\}, \quad (5)$$

$$u_1^r = (r-1)\frac{\pi}{R}, \quad u_2^r = r\frac{\pi}{R}, \quad r=1,2,\dots,R,$$

значение интегральной оценки (2) в частотном интер- вале  $U_r$  определяется следующим соотношением

$$S_{U_r} = S_r = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N f_i f_k g'_{ik} = \vec{f}^T G_r \vec{f} = \vec{f}^T (A_r + H_r) \vec{f}, \quad (6)$$

где матрица  $G_r = (g'_{ik}), i=1,2,\dots,N, k=1,2,\dots,N,$  является суммой субполосной [5] матрицы  $A_r = (a'_{ik}), i=1,2,\dots,N, k=1,2,\dots,N,$  и квазисубпо- лосной матрицы  $H_r = (h'_{ik}), i=1,2,\dots,N, k=1,2,\dots,N,$  значения элементов которых в частот- ном интервале  $U_r, r=1,2,\dots,R,$  определяются соот- ношениями

$$h'_{ik} = \begin{cases} \frac{\sin(\sigma(r+i+k-1)) - \sin(\sigma(r-1)(i+k-1))}{\pi(i+k-1)}, & i+k-1 \neq 0, \\ \frac{\sigma}{\pi}, & i+k-1 = 0, \end{cases} \quad \sigma = \frac{\pi}{R}, \quad (7)$$

$$g'_{ik} = a'_{ik} + h'_{ik}, \quad i=1,2,\dots,N, \quad k=1,2,\dots,N. \quad (8)$$

Рассмотрим расширение исходного дискретно- го сигнала  $\vec{f}$  с помощью добавления справа нулей до длины сигнала  $N_0$  отсчетов. Обозначим,  $S_r^{(N_0)}$  – сумму квадратов коэффициентов ДКП, соответ- ствующих заданному частотному интервалу  $U_r$  (при длине сигнала  $N_0$  отсчетов).

Очевидно, что величина интегральной оценки  $S_r(6), r=1,2,\dots,R,$  обладает следующим свойством: сумма  $S_r^{(N_0)}$  квадратов коэффициентов ДКП, соот- ветствующих частотному интервалу  $U_r,$  приближа- ется к значению  $S_r$  с увеличением значения  $N_0.$

Покажем справедливость данного свойства на примере сигнала, приведенного на рис. 1. Длина сигнала была выбрана  $N=256$  отсчетов, количество частотных интервалов  $R=8.$

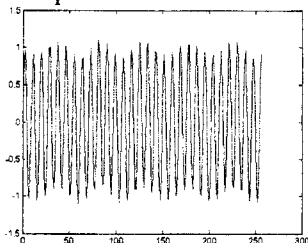


Рис. 1. Исследуемый сигнал (количество отсчетов 256)

На рис. 2 для сигнала, изображенного на рис. 1, приведены значения квадратов коэффициентов ДКП, соответствующих частотным интервалам  $U_1, U_2$  и  $U_4$  при  $R=8.$

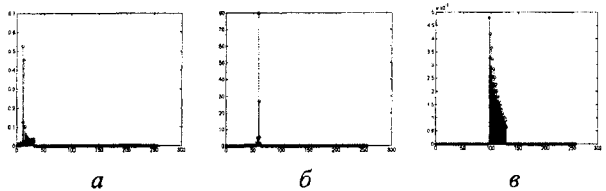


Рис. 2. Значения квадратов коэффициентов ДКП, соответ- ствующих частотным интервалам  $U_1$  (а),  $U_2$  (б) и  $U_4$  (в) при  $R=8$

В табл.1 в качестве примера приведены резуль- таты вычислений значений  $S_r, r=1,2,\dots,R,$  в частот- ных интервалах  $U_r, r=1,2,\dots,R,$  и соответствую- щих сумм  $S_r^{(N_0)}$  квадратов коэффициентов ДКП при  $R=8.$  В таблице также указано среднеквадратическое отклонение  $\delta_1$  множества значений  $S_r^{(N_0)}$  относите- льно множества значений  $S_r, r=1,2,\dots,R,$

$$\delta_1 = \sqrt{\sum_{r=1}^R (S_r - S_r^{(N_0)})^2 / \sum_{r=1}^R S_r^2}. \quad (9)$$

Таблица 1

Суммы  $S_r^{(N_0)}$  квадратов коэффициентов ДКП и их интегральные оценки  $S_r$

R	$S_r$	Длина исходного сигнала, 256	Длина расширенного нулями сигнала		
		$S_r^{(256)}$	512 $S_r^{(512)}$	1024 $S_r^{(1024)}$	2048 $S_r^{(2048)}$
1	1,8899	1,7721	1,8772	1,8844	1,8873
2	125,05	126,2	124,91	124,99	125,02
3	2,3123	1,5926	2,4645	2,3737	2,3395
4	0,1942	0,0609	0,1961	0,1949	0,1945
5	0,0797	0,0129	0,08	0,0798	0,0797
6	0,0489	0,0036	0,049	0,0489	0,0489
7	0,0371	0,0009	0,0372	0,0371	0,0371
8	0,0327	0,0001	0,0328	0,0328	0,0327
сумма	129,64	129,64	129,64	129,64	129,64
$\delta_1$		0,0109	0,0016	0,0006	0,0002

Результаты, приведенные в табл. 1, показывают, что расширение сигнала нулями до длины 2048 отсчетов позволяет получить суммы  $S_r^{(2048)}$  квадра- тов коэффициентов ДКП, соответствующих частот- ным интервалам  $U_r, r=1,2,\dots,8,$  с незначительным среднеквадратическим отклонением от их интеграль- ной оценки. Сумма интегральных оценок  $S_r, r=1,2,\dots,8,$  во всех частотных интервалах совпадает с энергией сигнала, вычисленной как сумма квадра- тов значений его отсчетов.

**Интегральная оценка двумерного дискретно- го косинусного преобразования**

Рассмотрим двумерное дискретное косинус- преобразование изображения в цифровом виде (произвольного дискретного двумерного сигнала),

задаваемого матрицей  $\Phi = (f_{ik})$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_1$ ,  $k = 1, 2, \dots, N_2$ , элементы которой соответствуют яркости отдельных пикселей изображения. Коэффициенты двумерного ДКП обычно определяется выражением:

$$y_{n_1 n_2} = \alpha_{n_1} \alpha_{n_2} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} f_{ik} \cos\left(\frac{\pi n_1}{N_2} \left(i - \frac{1}{2}\right)\right) \cos\left(\frac{\pi n_2}{N_2} \left(k - \frac{1}{2}\right)\right),$$

$$n_1 = 0, 1, \dots, N_1 - 1, \quad n_2 = 0, 1, \dots, N_2 - 1,$$

$$\alpha_{n_1} = \begin{cases} 1/\sqrt{N_1}, & n_1 = 0, \\ \sqrt{2/N_1}, & n_1 = 1, 2, \dots, N_1 - 1, \end{cases}$$

$$\alpha_{n_2} = \begin{cases} 1/\sqrt{N_2}, & n_2 = 0, \\ \sqrt{2/N_2}, & n_2 = 1, 2, \dots, N_2 - 1. \end{cases}$$

Рассмотрим область нормированных частот  $D_\pi^2$ ,  $D_\pi^2 = \{(u, v) \mid 0 \leq u, v < \pi\}$ .

Представим указанную частотную область  $D_\pi^2$  в виде объединения  $R_1 R_2$  равновеликих частотных интервалов  $\Delta_{r_1 r_2}$ ,  $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$ ,  $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$ ,

$$\Delta_{r_1 r_2} = \{(u, v) \mid u_1^r \leq u < u_2^r, \quad v_1^r \leq v < v_2^r\}, \quad (10)$$

$$u_1^r = (r_1 - 1) \frac{\pi}{R_1}, \quad u_2^r = r_1 \frac{\pi}{R_1}, \quad r_1 = 1, 2, \dots, R_1,$$

$$v_1^r = (r_2 - 1) \frac{\pi}{R_2}, \quad v_2^r = r_2 \frac{\pi}{R_2}, \quad r_2 = 1, 2, \dots, R_2.$$

Представляет интерес получение и анализ интегральной оценки  $S_{r_1 r_2}$  квадратов коэффициентов двумерного дискретного косинусного преобразования в частотном интервале  $\Delta_{r_1 r_2}$  в следующем виде

$$S_{r_1 r_2} = \iint_{(u, v) \in \Delta_{r_1 r_2}} F^2(u, v) du dv, \quad (11)$$

где  $F(u, v)$  – двумерное косинусное преобразование, определенное в области нормированных частот  $D_\pi^2$ ,

$$F(u, v) = \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} f_{ik} \cos\left(u\left(i - \frac{1}{2}\right)\right) \cos\left(v\left(k - \frac{1}{2}\right)\right). \quad (12)$$

Выражение (11) с учетом представления (12) будет иметь вид

$$S_{r_1 r_2} = \sum_{i_1=1}^{N_1} \sum_{k_1=1}^{N_2} \sum_{i_2=1}^{N_1} \sum_{k_2=1}^{N_2} f_{i_1 k_1} f_{i_2 k_2} I_{\Delta_{r_1 r_2}},$$

где

$$I_{\Delta_{r_1 r_2}} = \iint_{(u, v) \in \Delta_{r_1 r_2}} \frac{4}{\pi^2} \cos\left(u\left(i_1 - \frac{1}{2}\right)\right) \cos\left(v\left(k_1 - \frac{1}{2}\right)\right) \cdot \cos\left(u\left(i_2 - \frac{1}{2}\right)\right) \cos\left(v\left(k_2 - \frac{1}{2}\right)\right) du dv. \quad (13)$$

Интеграл  $I_{\Delta_{r_1 r_2}}$  (13), учитывая вид частотной области  $\Delta_{r_1 r_2}$  (10), можно вычислить следующим образом:

$$I_{\Delta_{r_1 r_2}} = g_{i_1 i_2}^{r_1} g_{k_1 k_2}^{r_2},$$

где

$$g_{i_1 i_2}^{r_1} = a_{i_1 i_2}^{r_1} + h_{i_1 i_2}^{r_1}, \quad (14)$$

$$g_{k_1 k_2}^{r_2} = a_{k_1 k_2}^{r_2} + h_{k_1 k_2}^{r_2}, \quad (15)$$

$$a_{i_1 i_2}^{r_1} = \begin{cases} \frac{\sin(\sigma_1 r_1 (i_1 - i_2)) - \sin(\sigma_1 (r_1 - 1) (i_1 - i_2))}{\pi (i_1 - i_2)}, & i_1 - i_2 \neq 0, \\ \frac{\sigma_1}{\pi}, & i_1 - i_2 = 0, \end{cases} \quad (16)$$

$$h_{i_1 i_2}^{r_1} = \begin{cases} \frac{\sin(\sigma_1 r_1 (i_1 + i_2 - 1)) - \sin(\sigma_1 (r_1 - 1) (i_1 + i_2 - 1))}{\pi (i_1 + i_2 - 1)}, & i_1 + i_2 - 1 \neq 0, \\ \frac{\sigma_1}{\pi}, & i_1 + i_2 - 1 = 0, \end{cases} \quad (17)$$

$$\sigma_1 = \frac{\pi}{R_1},$$

$$a_{k_1 k_2}^{r_2} = \begin{cases} \frac{\sin(\sigma_2 r_2 (k_1 - k_2)) - \sin(\sigma_2 (r_2 - 1) (k_1 - k_2))}{\pi (k_1 - k_2)}, & k_1 - k_2 \neq 0, \\ \frac{\sigma_2}{\pi}, & k_1 - k_2 = 0, \end{cases} \quad (18)$$

$$h_{k_1 k_2}^{r_2} = \begin{cases} \frac{\sin(\sigma_2 r_2 (k_1 + k_2 - 1)) - \sin(\sigma_2 (r_2 - 1) (k_1 + k_2 - 1))}{\pi (k_1 + k_2 - 1)}, & k_1 + k_2 - 1 \neq 0, \\ \frac{\sigma_2}{\pi}, & k_1 + k_2 - 1 = 0, \end{cases} \quad (19)$$

$$\sigma_2 = \frac{\pi}{R_2}.$$

Таким образом, интегральную оценку  $S_{r_1 r_2}$  можно представить в следующем виде

$$S_{r_1 r_2} = \sum_{i_1=1}^{N_1} \left( \sum_{k_1=1}^{N_2} \left( \sum_{i_2=1}^{N_1} g_{i_1 i_2}^{r_1} f_{i_2 k_1} \right) \left( \sum_{k_2=1}^{N_2} g_{k_1 k_2}^{r_2} f_{i_1 k_2} \right) \right).$$

Данное соотношение позволяет получить матричную форму записи для вычисления интегральной оценки  $S_{r_1 r_2}$  квадратов коэффициентов двумерного дискретного косинусного преобразования в частотном интервале  $\Delta_{r_1 r_2}$ ,  $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$ ,  $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$ ,

$$S_{r_1 r_2} = \text{tr}(G_{r_1}^T \Phi G_{r_2} \Phi^T), \quad (20)$$

где  $\Phi = (f_{ik})$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_1$ ,  $k = 1, 2, \dots, N_2$ , – исходное изображение,  $G_{r_1} = (g_{i_1 i_2}^{r_1})$ ,  $i_1, i_2 = 1, 2, \dots, N_1$ ,  $G_{r_2} = (g_{k_1 k_2}^{r_2})$ ,  $k_1, k_2 = 1, 2, \dots, N_2$ , –  $G$ -субполосные матрицы, соответствующие заданному частотному интервалу, значения элементов которых вычисляются на основании соотношений (14)-(19),  $\text{tr}$  – след матрицы.

В качестве наглядного примера на рисунке 3 для известного изображения «Lena», размерностью 64×64 пикселей, приведены значения квадратов коэффициентов ДКП, соответствующих отдельным частотным интервалам при  $R_1 = R_2 = 4$ .

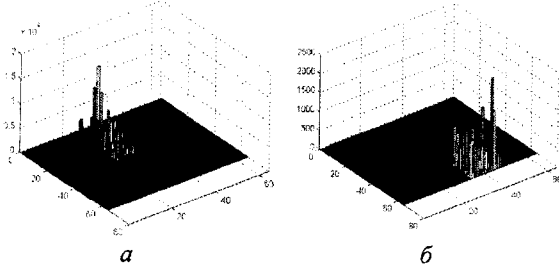


Рис. 3. Значения квадратов коэффициентов ДКП, соответствующих частотному интервалу  $\Delta_{22}$  (а) и  $\Delta_{43}$  (б) при  $R_1 = R_2 = 4$

$$S_{r_1 r_2}, r_1 = 1, 2, \dots, R_1, r_2 = 1, 2, \dots, R_2,$$

$$\delta_2 = \sqrt{\frac{\sum_{r_1=1}^{R_1} \sum_{r_2=1}^{R_2} (S_{r_1 r_2} - S_{r_1 r_2}^{(N_{01}, N_{02})})^2}{\sum_{r_1=1}^{R_1} \sum_{r_2=1}^{R_2} S_{r_1 r_2}^2}} \quad (21)$$

Рассмотрим расширение исходного изображения  $\Phi$  с помощью добавления нулевых строк и столбцов к матрице данного изображения до количества  $N_{01}$  и  $N_{02}$  строк и столбцов соответственно.

Обозначим,  $S_{r_1 r_2}^{(N_{01}, N_{02})}$  – сумму квадратов коэффициентов двумерного ДКП, соответствующих заданному частотному интервалу  $\Delta_{r_1 r_2}$ ,  $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$ ,  $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$  (при размерности анализируемого изображения  $N_{01} \times N_{02}$  пикселей).

Очевидно, что величина интегральной оценки  $S_{r_1 r_2}$  (20),  $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$ ,  $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$ , обладает следующим свойством: сумма  $S_{r_1 r_2}^{(N_{01}, N_{02})}$  квадратов коэффициентов двумерного ДКП, соответствующих частотному интервалу  $\Delta_{r_1 r_2}$ , приближается к значению  $S_{r_1 r_2}$  с увеличением значений  $N_{01}$  и  $N_{02}$ .

Покажем справедливость данного свойства при  $R_1 = R_2 = 4$  на примере изображения, приведенного на рисунке 4. Первоначально, размерность изображения была выбрана  $256 \times 256$  пикселей.



Рис. 4. Исследуемое изображение (размерность  $256 \times 256$  пикселей)

В табл. 2 в качестве примера приведены результаты вычислений значений  $S_{r_1 r_2}$ ,  $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$ ,  $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$ , в частотных интервалах  $\Delta_{r_1 r_2}$  и соответствующих сумм  $S_{r_1 r_2}^{(N_{01}, N_{02})}$  квадратов коэффициентов ДКП при  $R_1 = R_2 = 4$ . В таблице также указано среднеквадратическое отклонение  $\delta_2$  множества значений  $S_{r_1 r_2}^{(N_{01}, N_{02})}$  относительно множества значений

Таблица 2

Суммы  $S_{r_1 r_2}^{(N_{01}, N_{02})}$  квадратов коэффициентов ДКП и их интегральные оценки  $S_{r_1 r_2}$

$r_1$	$r_2$	$S_{r_1 r_2}$	Размерность исходного изображения, $256 \times 256$	Размерность изображения расширенного нулями		
				512x512	1024x1024	2048x2048
				$S_{r_1 r_2}^{(512, 512)}$	$S_{r_1 r_2}^{(1024, 1024)}$	$S_{r_1 r_2}^{(2048, 2048)}$
		(e+6)	(e+6)	(e+6)	(e+6)	(e+6)
1	1	54,66	54,767	54,609	54,638	54,652
1	2	3,325	3,259	3,3207	3,3234	3,3247
1	3	1,844	1,8198	1,8439	1,8441	1,8442
1	4	1,389	1,3666	1,3897	1,3895	1,3894
2	1	6,429	6,4305	6,4377	6,4329	6,4309
2	2	2,357	2,3593	2,3667	2,3623	2,36
2	3	1,499	1,5115	1,5018	1,5005	1,4998
2	4	1,277	1,2756	1,2813	1,2793	1,2783
3	1	2,810	2,8006	2,8134	2,812	2,8113
3	2	1,858	1,8617	1,8593	1,859	1,8589
3	3	1,403	1,3958	1,4048	1,404	1,4036
3	4	1,274	1,281	1,2813	1,2779	1,2762
4	1	2,273	2,2647	2,2753	2,2744	2,274
4	2	1,657	1,6749	1,667	1,6621	1,6599
4	3	1,404	1,3975	1,4098	1,4075	1,4062
4	4	1,298	1,3039	1,3077	1,303	1,3007
сумма		86,77	86,77	86,77	86,77	86,77
$\delta_2$			0.00233	0.001	0.0005	0.0003

Результаты, приведенные в табл. 2, показывают, что расширение изображения нулями до размерности  $2048 \times 2048$  пикселей позволяет получить суммы  $S_{r_1 r_2}^{(2048, 2048)}$  квадратов коэффициентов двумерного ДКП, соответствующих частотным интервалам  $\Delta_{r_1 r_2}$ ,  $r_1 = 1, 2, 3, 4$ ,  $r_2 = 1, 2, 3, 4$ , с незначительным среднеквадратическим отклонением от их интегральной оценки. Сумма интегральных оценок  $S_{r_1 r_2}$ ,  $r_1 = 1, 2, 3, 4$ ,  $r_2 = 1, 2, 3, 4$ , во всех частотных интервалах совпадает с энергией изображения, вычисленной как сумма квадратов значений яркости его пикселей [6].

Результаты, приведенные в табл. 2, показывают, что расширение изображения нулями до размерности  $2048 \times 2048$  пикселей позволяет получить суммы

$S_{r_1}^{(2048, 2048)}$  квадратов коэффициентов двумерного ДКП, соответствующих частотным интервалам  $\Delta_{r_1}$ ,  $r_1 = 1, 2, 3, 4$ ,  $r_2 = 1, 2, 3, 4$ , с незначительным среднеквадратическим отклонением от их интегральной оценки. Сумма интегральных оценок  $S_{r_2}$ ,  $r_1 = 1, 2, 3, 4$ ,  $r_2 = 1, 2, 3, 4$ , во всех частотных интервалах совпадает с энергией изображения, вычисленной как сумма квадратов значений яркости его пикселей [6].

Очевидно, что расширение нулями одномерного сигнала или изображения позволяет получить интерполицию косинусного преобразования на основе большего количества коэффициентов ДКП. Следовательно, предложенные в работе интегральные оценки коэффициентов ДКП могут быть использованы для вычисления аппроксимации значений суммы квадратов коэффициентов ДКП, соответствующих заданному частотным интервалам, что может быть использовано при разработке эффективных методов сжатия речевых сигналов и изображений.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 12-07-00257-а.

### Список литературы

1. Сергеев В.С. Сжатие данных, речи, звука и изображений в телекоммуникационных системах: Учеб. пособие / В.С. Сергеев, В.В. Баринев. - М.: ИП "РадиоСофт", 2009. - 360 с.
2. Ватолин Д. С. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео / Д. С. Ватолин, А. Ратушняк, М. Смирнов, В. Юкин. - М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002. - 384 с.
3. Грибунин В. Г. Цифровая стеганография / В. Г. Грибунин, И. Н. Оков, И. В. Туринцев. - М.: Солон-Пресс, 2002. - 272 с.

4. Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. - М.: Техносфера, 2006. - 1072 с.

5. Жиликов Е.Г. Методы анализа и построения функций по эмпирическим данным на основе частотных представлений / Е.Г. Жиликов. - Белгород: Изд-во БелГУ, 2007. - 160 с.

6. Жиликов Е.Г. Метод определения точных значений долей энергии изображений в заданных частотных интервалах / Е.Г. Жиликов, А.А. Черноморец, И.В. Лысенко // Вопросы радиоэлектроники. - Сер. РЛТ. - 2007. - Вып. 4. - С. 115-123.

Поступила в редколлегию 25.03.2013

Рецензент: д-р. техн. наук, проф. Маторин С.И., национальный исследовательский университет «Белгородский государственный университет», Белгород.

## ОБ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ОЦЕНКЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДИСКРЕТНОГО КОСИНУСНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

А.А. Черноморец, Е.В. Болгова

В работе предложены интегральные оценки коэффициентов дискретного косинусного преобразования, которые могут быть использованы для вычисления аппроксимации значений суммы квадратов коэффициентов ДКП, соответствующих заданным частотным интервалам. Указанные оценки могут быть использованы при разработке эффективных методов сжатия речевых сигналов и изображений.

**Ключевые слова:** дискретное косинусное преобразование, сигнал, изображение, интегральная оценка, среднеквадратическое отклонение

## ABOUT INTEGRAL ESTIMATES OF DCT COEFFICIENTS OF SIGNALS AND IMAGES

Chernomorets A.A., Bolgova E.V.

In this work integral estimates of DCT coefficients are proposed. They can be used for an approximate computation of the sum of squares of DCT coefficients which correspond to given frequency intervals. The estimates can be used also for the development of efficient methods of compression of voice signals and images.

**Keywords:** DCT, signal, image, integral estimate, standard deviation